

基于 ESN 的非线性系统未建模动态补偿及控制

张立炎¹, 向 馗¹, 龙 容^{1,2}, 马龙华³

(1. 武汉理工大学自动化学院, 湖北武汉 430070; 2. 华中农业大学理学院, 湖北武汉 430070;
3. 浙江大学宁波理工学院, 浙江宁波 315100)

摘 要: 神经网络模型经线性化后可构建神经预测控制框架,但是,对高阶项的忽略会产生大量未建模动态. 本文以回声状态网络(Echo State Network, ESN)为代表,提出基于岭回归的未建模动态补偿方法. 以线性化前后 ESN 内部状态观测的偏差作为表征未建模动态的样本,通过岭回归估计未建模动态与 ESN 状态变量之间的线性依存关系. 将回归得到的补偿项内化为 ESN 储备池吸引子的平移和旋转,体现了吸引子的吸引力对激活函数边界约束作用的有效补充. 两个实例验证了补偿方法对提高控制精度具有积极作用.

关键词: 回声状态网络; 岭回归; 未建模动态; 预测控制; 内化

中图分类号: TP14 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2016)01-0060-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.010

Unmodeled Dynamics Compensation and Control of Nonlinear System Based on ESN

ZHANG Li-yan¹, XIANG Kui¹, LONG Rong^{1,2}, MA Long-hua³

(1. School of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430070, China;
2. College of Science, Huazhong Agricultural University, Wuhan, Hubei 430070, China;
3. Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University, Ningbo, Zhejiang 315100, China)

Abstract: Neural networks are often linearized to construct a framework of neural predictive control, but a challenging issue remains that lots of dynamics caused by omitting high-order terms are unmodeled. We took ESNs (Echo State Networks) as a paradigm, and proposed a ridge regression method to compensate unmodeled dynamics. The unmodeled dynamics were observed by collecting the difference of ESN internal states before-and-after linearization, and they were represented by a linear function of ESN states estimated with ridge regressions. The compensation terms for the unmodeled dynamics were then internalized as movements and rotations of attractors in ESN reservoirs. The internalization provided a new possibility: The loss of boundary constraint because of linearization of activation functions can be partially remedied by the attraction effect of attractors. Two examples demonstrated that our compensation method could actively improve the control.

Key words: echo state networks; ridge regression; unmodeled dynamics; predictive control; internalize

1 引言

ESN 作为一种新的递归神经网络,训练过程简单,逼近性能良好,相关研究在过去 10 年十分活跃^[1,2]. 早期,ESN 常作为预测工具^[3]或识别工具^[4]使用,或是与其他方法结合形成更强有力的工具^[5-7]. 最近,基于 ESN 的非线性控制建模受到了更多关注.

袁等人^[8]提出了基于逆系统方法和 ESN 的鲁棒控制器,用于多体航天器姿态快速跟踪控制. 乔等人^[9]提出了一种多评价指标的双启发式动态规划控制策略,

采用 ESN 实现评价函数和控制策略的逼近. 杜和张^[10]提出基于增广 ESN 的动态控制器,用 ESN 辨识机械手不确定部分的逆模型,实现机械手轨迹跟踪控制. Pan 和 Wang^[11]提出了一种基于 ESN 的预测控制,通过 Taylor 展开将 ESN 模型转化成线性状态空间模型,然后用对偶网络优化求解预测控制的二次规划问题. Waegeman 等人^[12]提出基于双 ESN 的在线学习模块,一个 ESN 负责控制,另一个则专注于实时学习反模型,并更新控制模块的参数.

采用神经网络对象模型构建控制系统由来已久,

主要包括两种途径^[13]:将离线训练获得的神经网络模型线性化,构造线性控制系统;直接基于神经网络模型,构造非线性控制系统.考虑到计算负担和使用便利,本文主要关注第一种途径,并重点讨论线性化处理带来的问题.在神经网络模型线性化过程中,高阶残余项被迫舍弃,导致部分动态未准确建模,削弱了后续控制系统的效果.针对线性化导致的未建模动态问题,已有一些研究提出了应对方法.

Tong 等人^[14]针对一类具有未建模动态的非线性系统,利用模糊逻辑系统来逼近未建模动态,并提出了鲁棒自适应控制方法.柴和张^[15]采用自适应神经模糊推理系统和一一映射相结合的方法估计未建模动态,提出了由线性自适应控制器、非线性自适应控制器以及切换机制组成的自适应切换控制方法. Yan 和 Wang^[16]采用一个单独的前馈神经网络来学习和估计未建模动态,以便在控制系统设计中做出补偿. Gil 等人^[17]采用双无迹 Kalman 滤波递归更新神经网络的权值,应对仿射线性化过程中出现的未建模动态.

综合来看,未建模动态的处理方法主要有两类:设计更加鲁棒的控制器;对未建模动态单独建模.方法一具有任务依赖性,难以推广.对于方法二,无论是独立的神经网络还是 Kalman 滤波,都受制于参数设置技巧和观测数据长度.本文提出了一种推移吸引子的内化补偿方法.补偿集中在建模阶段,降低了控制器设计难度.补偿方法的核心是岭回归,可在数据长度很小的情况下,通过一个岭参数的设置,实现补偿.为行文方便,本文沿用了文献[16]给出的线性神经预测控制框架,但不妨碍本文的方法在其他类似框架下运用.

2 神经预测控制框架

传统递归神经网络存在训练困难的问题,2004 年,Jaeger^[18]首次提出 ESN,显著提高了混沌时间序列的预测精度. ESN 的基本结构如图 1 所示,核心是一个高维随机矩阵,常被称为储备池,意为储备丰富的非线性动态.储备池内部状态的线性组合构成系统输出,一般的回归方法即可获得输出权值矩阵的估计,实现对 ESN 的训练.

ESN 可以表述成简单的离散形式:

$$\begin{cases} \%k+1 = f(s^{in} \cdot (k+1) + \mathbf{A} \%k) \\ \quad + s^{fb} \cdot \%k + s^v \cdot \#(k+1) \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{out}[\ \%k+1; \cdot(k+1)] \end{cases} \quad (1)$$

其中, K 维外部输入向量 $\cdot(t)$, N 维储备池状态 $\%(t)$ 和 L 维输出向量 $\mathbf{y}(t)$, 对应的连接矩阵分别为:输入矩阵 s^{in} , 内部矩阵 \mathbf{A} , 输出矩阵 \mathbf{out} . 输出反馈矩阵 s^{fb} 属于

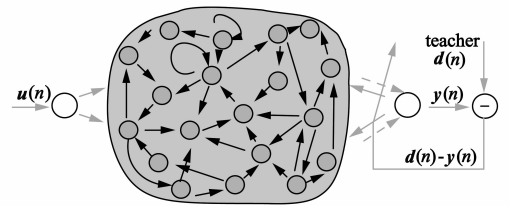


图1 ESN的原理图

可选项. $f(\cdot)$ 代表激活函数,通常取 tanh 函数.输入 \cdot 包括系统的实际输入和一个偏置量,处理时间序列问题时, \cdot 仅包括偏置量.所有矩阵 \mathbf{A} 的内部元素都是 0~1 的随机数,除了 \mathbf{out} 以外,其余矩阵权值一经生成,无需修改. $\#$ 是归一化的噪声向量,用来提高 ESN 模型的稳定性. s^{in} , s^{fb} , s^v 和 \mathbf{A} 均为待设置的比例系数,其中 \mathbf{A} 的设置非常重要.假设 \mathbf{A} 的有效谱半径 $\rho_{max}(\mathbf{A})$, 当 $\rho_{max}(\mathbf{A}) < 1$ 时 ESN 容易稳定.当 $\rho_{max}(\mathbf{A})$ 接近 1 时,ESN 被认为工作在混沌边缘,此时预测能力最强,但稳定性较差.

式(1)中 f 是非线性函数,采用 Taylor 展开可实现线性化.假设系统的工作点为 \cdot_0 , 则 ESN 的状态函数可以写成:

$$\begin{aligned} \%k+1 &= f(\cdot_0) + \mathbf{J} f(\cdot_0) (\cdot(k) - \cdot_0) \\ &\quad + \mathbf{h}(\cdot(k) - \cdot_0) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\cdot(k) = \mathbf{A} \%k + s^{in} \cdot(k+1) + s^{fb} \%k + \#(k)$, $\mathbf{J} f(\cdot_0)$ 是在工作点 \cdot_0 的 Jacobian 矩阵.如果定义 $\delta = \mathbf{J} f(\cdot_0)$, $\tilde{\mathbf{n}} = s^{in} \cdot(k+1)$, $\delta = s^{fb} \%k + \#(k)$ 和 $\delta = 1/s^{out}$, 则式(1)可进一步写成线性状态空间的形式:

$$\begin{cases} \%k+1 = \delta \%k + \tilde{\mathbf{n}} \cdot(k+1) + \delta \%k + \mathbf{h}(\cdot(k) - \cdot_0) \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{out}[\ \%k+1; \cdot(k+1)] \end{cases} \quad (3)$$

其中常数项 $\mathbf{y}(k) = f(\cdot_0) + \mathbf{J} f(\cdot_0) \cdot_0$, 高阶项 $\mathbf{h}(\cdot(k) - \cdot_0)$ 已忽略.为了去除 $\mathbf{h}(\cdot(k) - \cdot_0)$, 将式(3)进一步改写成增量方式:

$$\begin{cases} \%k+1 = \%k+1 - \%k \\ \quad = \delta \%k + \tilde{\mathbf{n}} \cdot(k+1) + \delta \%k \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}(k) \\ \quad = \delta \mathbf{y}(k) \end{cases} \quad (4)$$

至此,可将预测控制转化为受约束的二次规划问题:

$$\begin{aligned} \min_u J &= \mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{r} + \mathbf{u}^T \mathbf{P} \mathbf{u} \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{X} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{Q} , \mathbf{P} , \mathbf{r} , \mathbf{X} 等系数矩阵的定义见附录.基于 ESN 的预测控制算法步骤如下:

- 使用 ESN 离线辨识非线性系统,得到 \mathbf{A} , s^{in} , s^{fb} 和 s^{out} ;
- 将此 ESN 线性化,得到 δ , $\tilde{\mathbf{n}}$, δ , δ ;
- 设置预测时域 N_p 、控制时域 N_c 、期望输出 \mathbf{y}^* 、权

矩阵 \dot{y} 和 \dot{x} , 初始化 $\%0$ 、 $\&0$ 、 $"(0)$ 、 $\%0$ 和 $\&0$, 计算 \dot{y} 和 \dot{x} ;
 令 $k=0$;
 计算 $\ddot{o}(k+1)$;
 求解二次规划问题(5), 得到 \dot{y} ;
 在 \dot{y} 中抽取 $"(k+1)$, 计算 $"(k+1) = "(k) + "(k+1)$, 获取新的系统输出 $\&k+1$ 和 ESN 的状态 $\%k+1$;
 计算 $\%k+1$ 和 $\&k+1$;
 令 $k=k+1$, 返回 .

3 未建模动态补偿

3.1 残余项的累积与补偿

如果考虑线性化带来的高阶残余项, 式(4)可重写为以下形式:

$$\begin{cases} \%k+1 = \ddot{o} \%k + \ddot{n} "(k+1) \\ \quad + \ddot{o} \&k + \dot{\ddot{o}}(k) \\ \&k+1 = \dot{\ddot{o}} \%k+1 \end{cases} \quad (6)$$

给定预测时域 N_p , 通过简单迭代容易得到 $\%N_p$ 的值

$$\begin{aligned} \%N_p = & \ddot{\ddot{o}}^V \%0 + \sum_{k=0}^{N_p} \ddot{\ddot{o}}^{V-k} \ddot{n} "(k+1) \\ & + \sum_{k=0}^{N_p} \ddot{\ddot{o}}^{V-k} \dot{\ddot{o}}(k) \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\ddot{\ddot{o}} = \ddot{o} + \dot{\ddot{o}}$

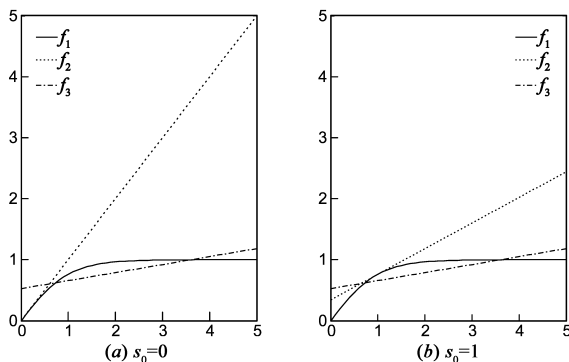


图2 基于回归的未建模动态补偿原理

尽管单个高阶项残余项 相对较小, 但是随着向前预测步数增加, 误差的累积不容忽视. 分析发现, 原因有二: 一是旧的残余项会被放大, 二是新的残余项不断加入. 就预测控制而言, 选择较大的 N_p 有利于系统稳定, 可残余项 的存在与演进使得式(4)严重偏离实际系统, 控制输出会在在工作点附近振荡, 无法稳定.

神经网络的激活函数输出有上界, 线性展开后, 上界约束极大削弱, 因此神经网络内部状态容易发散. 通过简单的回归处理, 可部分恢复上界约束, 起到补偿未建模动态的效果. 下面通过一个简单的实证来说明补

偿原理. 以常用的激活函数 \tanh 为例, 定义:

$$\begin{cases} f_1(x) = \tanh(x) \\ f_2(x) = f_1(s_0) + f_1'(s_0)(x - s_0) \\ f_3(x) = \text{polyfit}(x, f_1(x) - f_2(x), 1) + f_2(x) \end{cases} \quad (8)$$

其中, s_0 表示工作点, polyfit 是 Matlab 提供的一个通用回归函数. 取 $x = [0, 5]$, 得到图 2 的结果. 不难看出, 经过回归处理的 f_3 从很大程度上恢复了 \tanh 的上限约束作用.

3.2 岭回归与内化

假设一定数量的系统观测, 代入式(1), 获得状态 $\%$ 的序列, 记为矩阵 ESN . 同理, 将观测代入式(3), 获得另一组序列, 记为矩阵 Taylor . 显然, Taylor 和 ESN 存在一定偏差, 这个偏差是因为忽略高阶项 导致的. 按照 3.1 节提供的思路, 可对偏差直接做回归处理. 不同的是, ESN 的内部状态 $\%$ 是一个高维向量, 通常为数百维甚至更高. 要想获得稳定的回归估计, 要求有关偏差的观测样本集非常大, 确保获得一个满秩的信息矩阵估计, 这是多元线性回归和一元线性回归最大的不同. 通常情况下, 样本集容量达不到要求, 有必要采取特殊的回归方法, 比如岭回归^[19].

岭回归是一个类似最小二乘的估计方法, 以牺牲无偏性为代价, 获得低方差的估计结果:

$$\text{cps} = (\text{Taylor}^T \text{Taylor} + \varphi^{-1} \text{Taylor}^T \text{Taylor}^{\text{in}} (\text{ESN} - \text{Taylor}))^{-1} \quad (9)$$

其中 cps 是补偿项系数, φ 是单位矩阵, φ 是一个极小的常数. 当 $\varphi=0$, 式(9)退化成一般的最小二乘估计. 当维数过大而观测样本相对不足时, 自变量信息矩阵 $\text{Taylor}^T \text{Taylor}$ 容易出现奇异. 细小的样本值变化, 可能导致 cps 的估计剧烈波动. 添加 φ 有效缓解信息矩阵奇异的情况, 降低了 cps 的方差, 但它是一个有偏估计.

按照式(9)的方法, 虽然可以起到补偿效果, 但是需要在式(3)中增加一个独立的补偿项 $\text{cps} \bar{\alpha}$ 不仅增加了计算量, 而且补偿项的物理意义并不明晰. 另一种更加简洁的方法是对矩阵 $\text{Taylor}^{\text{in}}$ 做适当修正, 使 Taylor 接近 ESN , 实现对未建模动态的补偿. 对于 $\text{Taylor}^{\text{in}}$ 的修正, 相当于把 Taylor 对应的吸引子做平移和旋转, 使之接近 ESN 构成的吸引子, 外部偏差的作用直接体现到内部吸引子中, 这种方法又称之为内化 (internalize)^[20]. 内化处理过程可以表述成如下数学形式:

$$\text{ESN} = \text{Taylor}^{\text{int}} \quad (10)$$

其中 $\text{Taylor}^{\text{int}}$ 表示修正后的权值矩阵. $\text{Taylor}^{\text{int}}$ 的估计仍旧依赖于岭回归:

$$\text{Taylor}^{\text{int}} = (\text{Taylor}^T \text{Taylor} + \varphi^{-1} \text{Taylor}^T \text{ESN})^{-1} \quad (11)$$

修正完成后, 式(3)中的矩阵 $\ddot{\ddot{o}}$ 重新定义为 $f(\%0) \cdot \text{Taylor}^{\text{int}}$, 其余矩阵 \ddot{n} 、 $\dot{\ddot{o}}$ 、 $\dot{\ddot{o}}$ 保持不变.

4 仿真实例

4.1 实例 1

选择一个延时差分的非线性系统^[11]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) = & 0.2\sin(0.5 \mathbf{x}(k-1) + 0.5 \mathbf{x}(k-2)) \\ & + 0.2\sin(0.5 \mathbf{x}(k-2) + 0.5 \mathbf{x}(k-3)) \\ & + 2 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{u}(k-2) \\ & + \frac{4 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{u}(k-2)}{1 + 0.2\cos(0.4 \mathbf{x}(k-1) + 0.2 \mathbf{x}(k-2))} \end{aligned} \quad (12)$$

输入 \mathbf{u} 是一个白噪声序列,按照式(12)生成数据序列,按照式(1)建立 ESN 模型, $N = 300$, $s^{im} = [0.1, 0.1]$, $s^{ib} = 0.05$, $s^v = 10^{-6}$, 谱半径 0.8. 训练 ESN 并进行展开和内化处理,连续预测 2000 个数据点. 计算预测的均方根误差:原始 ESN 的预测误差 0.031, Taylor 展开后的预测误差 1.142,内化处理后的预测误差 0.722. 内化过后预测误差明显变小.

将内化前后的线性模型分别用作预测控制模型,控制系统输出数个阶跃响应,结果如图 3 所示. 内化过后,预测控制曲线的阶跃响应速度更快,能够快速稳定. 相比之下,未经内化处理的预测控制曲线存在比较明显的长时间震荡.

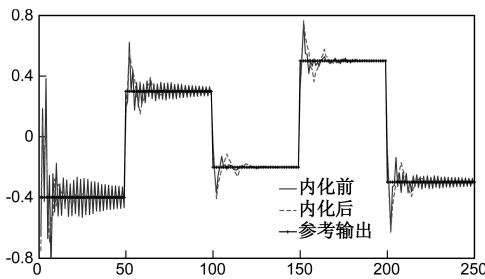


图3 内化前后实例1控制效果

4.2 实例 2

选取 Duffing 方程作为实例^[21]:

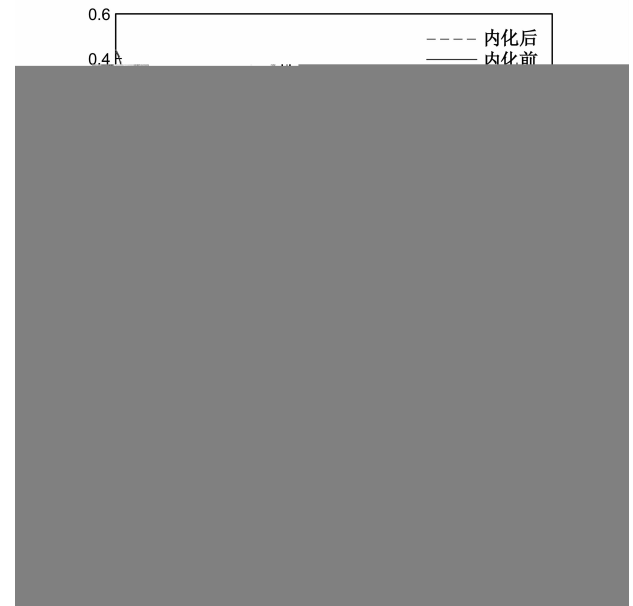
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) = & \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ -T_s & 1 - 0.6T_s \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ T_s \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -T_s & 0 \end{bmatrix} \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \mathbf{y}(k)$$

采样时间 $T_s = 0.05s$. 将输入量 \mathbf{u} 设定为白噪声序列,按式(13)生成数据序列. 依据式(1)建立 ESN 模型, $N = 100$, $s^{im} = [0.06, 0.03]$, $s^{ib} = [0.005, 0.005]$, $s^v = 10^{-6}$, 谱半径 0.9. 训练 ESN 并进行展开和内化处理,连续预测 1500 个数据点. 计算 y_1, y_2 预测的均方根误差:原始 ESN 的预测误差(0.070, 0.063); Taylor 展开后

的预测误差(2.663, 0.796); 内化处理后的预测误差(0.380, 0.400). 不难看出,内化过后预测误差明显降低.

将内化前后的线性模型分别用作预测控制模型,进行仿真比较,结果如图 4 所示. 图 4(a)中,内化后的控制曲线比较光滑,能够到达指定的 y_r ,而未内化的控制曲线基本可以收敛,但上下波动明显. 由于 y_2 的非线性比较强,图 4(b)中,内化后的控制曲线在 y_r 附近微幅波动,但未内化的控制曲线波动非常大,幅度接近 ± 0.2 . 结果表明:采用内化后的 ESN 线性化模型构建预测控制,可以有效补偿未建模动态,提高控制精度.



5 讨论

5.1 岭参数选择

前文 3.2 提到的岭回归方法中,岭参数 λ 的选择比较重要,直接影响回归效果. 关于 λ 的选择,广泛使用的是交叉验证方法,或者通过观察岭迹的方法人工设置. 本文基于岭回归的统计学原理,提供一种简洁的方法.

岭回归可以看作带有罚函数的多元线性回归. 式(11)的估计结果可以认为是下式优化的结果:

$$\begin{aligned} \mathbf{int} = & \operatorname{argmin} \left(\left(\mathbf{int}_{Taylor} - \mathbf{int}_{ESN} \right)^T \right. \\ & \left. \left(\mathbf{int}_{Taylor} - \mathbf{int}_{ESN} \right) + \alpha \|\mathbf{int}\|_2 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\|\mathbf{int}\|_2$ 为罚函数项,主要是收缩回归系数 \mathbf{int} 的值,使其尽量小. 罚系数 α 越大,这种收缩效应越明显. 对应式(11),较大的罚系数 α 对应了较大的岭参数 λ ,因此通过观察 $\|\mathbf{int}\|_2$ 随 α 变化的趋势,便可粗略确定 λ 值. 结合实例 1,其 $\|\mathbf{int}\|_2$ 随 α 变化的曲线如图 5 所示.

可以看出,比较合适的 λ 值在 $10^{-5} \sim 2 \times 10^{-5}$ 之间,太小则收缩效果不明显,太大则带来更大的回归残差. 本文中最终选择 $\lambda = 10^{-5}$.

以上方法主要适用于离线操作,要想实现在线补偿,则需要两方面改进^[22]:一是将式(11)的最小二乘改成递归形式;二是采用逐步衰减的 λ . 统计学上,岭回归主要针对样本容量相对不足(相对随机变量个数而言)带来的一致性问题的. 在线补偿初期,样本容量小,采用较大的 λ . 随着样本容量逐步增加, λ 逐步衰减,最终为 0. 当然,衰减的速度也是任务依赖的,需要根据经验设置.

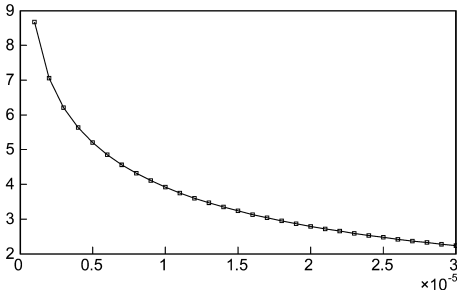


图5 岭参数选择

5.2 吸引子推移

结合实例 2,从同一初始状态开始,取 $u(k) = 0$,分别运行内化前后的模型,记录 ESN 状态矩阵 Φ 从 Φ_0 中任意选择 3 个变量 x_1, x_2 和 x_3 ,绘制三维曲线,如图 6 所示. 可以看出,内化导致状态吸引子发生了明显的偏移.



前已述及,激活函数线性化以后边界约束作用减弱,ESN 内部状态值在本该饱和的区域仍旧不断增大,系统极易发散. 补偿的本质在于增加一个状态依赖的变量,弥补这种边界约束作用. 补偿项内化与否,从数学上并无不同,但物理意义上有所差别. 忽略式(1)中的外部输入 u 和输出反馈 y 使之构成一个自

治系统,系统特性取决于状态变换矩阵 Φ . 内化过程通过修改矩阵 Φ 来体现补偿项,同时也改变了式(1)对应的自治系统特性,使其吸引子发生了线性变化(平移和旋转). 内化结果提醒我们注意到:激活函数的边界约束力,可以被自治系统吸引子的吸引力部分替代.

6 结论

非线性神经网络的线性展开,在建模和控制之间搭建了一座桥梁,使非线性动态建模能够直接服务于控制系统设计,意义深远. 但高阶误差项代表的未建模动态,使后端控制效果大打折扣,甚至失效. 本文从广泛用于动态建模的 ESN 模型出发,将其 Taylor 展开成一个典型的线性状态空间形式,重点讨论高阶误差项导致的问题和初步解决方法. 实例研究表明,基于内化处理,对于降低控制系统的平衡点振荡具有一定效果.

面向未建模动态的岭回归补偿和内化处理,只是一种数值方法,其补偿效果的显著性,一定程度上依赖于任务本身. 为了让神经网络强大的建模能力更好地服务于控制系统设计,有必要在未来研究更加有效的线性神经预测控制框架.

附录

(1) 定义常系数矩阵

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \Phi_{15} \\ \Phi_{25} \\ \Phi_{35} \\ \Phi_{45} \end{pmatrix} u \\ \dot{y} &= \begin{pmatrix} \Phi_{51} & \Phi_{52} & \Phi_{53} & \Phi_{54} \\ \Phi_{61} & \Phi_{62} & \Phi_{63} & \Phi_{64} \\ \Phi_{71} & \Phi_{72} & \Phi_{73} & \Phi_{74} \\ \Phi_{81} & \Phi_{82} & \Phi_{83} & \Phi_{84} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \Phi_{55} \\ \Phi_{65} \\ \Phi_{75} \\ \Phi_{85} \end{pmatrix} u \end{aligned}$$

- 控制[J]. 信息与控制, 2013, 42(4):007.
- P J Du, R F Zhang. Trajectory tracking control for robots based on augmented ESN[J]. Information and Control, 2013, 42(4):007. (in Chinese)
- [11] Y Pan, J Wang. Model predictive control of unknown nonlinear dynamical systems based on recurrent neural networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(8):3089–3101.
- [12] T Waegeman, F Wyffels, B Schrauwen. Feedback control by online learning an inverse model[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(10):1637–1648.
- [13] M T Hagan, H B Demuth, O D Jesús. An introduction to the use of neural networks in control systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2002, 12(11):959–985.
- [14] S C Tong, X L He, H G Zhang. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy output feedback control[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009, 17(5):1059–1069.
- [15] 柴天佑, 张亚军. 基于未建模动态补偿的非线性自适应切换控制方法[J]. 自动化学报, 2011, 37(7):773–786.
- T Y Chai, Y J Zhang. Nonlinear adaptive switching control method based on unmodeled dynamics compensation[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(7):773–786. (in Chinese)
- [16] Z Yan, J Wang. Robust model predictive control of nonlinear systems with unmodeled dynamics and bounded uncertainties based on neural networks[J]. 2014, 25(3):457–469.
- [17] P Gil, J Henriques, A Cardoso, et al. Affine neural network-based predictive control applied to a distributed solar collector field[J]. 2014, 22(2):585–596.
- [18] H Jaeger, H Haas. Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication[J]. Science, 2004, 304(5667):78–80.
- [19] T Hastie, R Tibshirani, J Friedman. The Elements of Statistical Learning Data Mining, Inference, and Prediction[M]. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [20] J Li, T Waegeman, B Schrauwen, et al. Frequency modulation of large oscillatory neural networks[J]. Biological Cybernetics, 2014, 108(2):145–157.
- [21] M Canale, L Fagiano, M Milanese. Efficient model predictive control for nonlinear systems via function approximation techniques[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(8):1911–1916.
- [22] D Sussillo, L F Abbott. Transferring learning from external to internal weights in echo-state networks with sparse connectivity[J]. PLoS ONE, 2012, 7(5):e37372.

作者简介

张立炎 男, 1971年10月出生, 湖北黄梅人. 现为武汉理工大学自动化学院教授. 研究方向为复杂系统建模与优化、预测控制、神经网络.
E-mail